

# ΓΡΑΜΜΙΚΟΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΣ

15/2/16

- Μοντελαδοίηση προβλημάτων

1)	$x_1$	αριθμός διαμορφωμάτων τύπου 1	1	$2x_1$	(ώρες)	
	$x_2$	-  -	-  -	2	$x_2$	-  -
	$x_3$	-  -	-  -	3	$3x_3$	-  -
	$x_4$	-  -	-  -	4	$2x_4$	-  -

} Αναλογισμός

Στόχος να μεγιστοποιήσω το κέρδος:

$$\max \left\{ 28,5x_1 + 12,5x_2 + 29,25x_3 + 21,5x_4 - (2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4)8 - (112x_1 + 56x_2 + 28x_3 + 56x_4)0,02 - (168x_1 + 56x_2 + 28x_3 + 56x_4)0,03 \right\}$$

Περιορισμοί:

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 \leq 4000 \text{ (ώρες)}$$

$$112x_1 + 56x_2 + 28x_3 + 56x_4 \leq 168000 \text{ (μέταλλο)}$$

$$168x_1 + 56x_2 + 28x_3 + 56x_4 \leq 2800 \text{ (χαλίκι)}$$

$$x_1 \leq 1000, x_2 \leq 2000, x_3 \leq 500, x_4 \leq 1000 \text{ με } x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

Όλες οι σχέσεις γραμμικές.

2) (Μεταβλητές αιώφρασης)

$x_{11}$	η ποσότητα αρχής αιώφρασης τύπου 1	για αιώφραση regular
$x_{12}$	-  -	-  -
$x_{21}$	-  -	-  -
$x_{22}$	-  -	-  -

$$\left\{ 0,2(x_{11} + x_{12}) - 0,15(x_{21} + x_{22}) \right\} \text{ min}$$

$$x_{11} + x_{21} \geq 800000 \text{ και } x_{12} + x_{22} \geq 500000$$

(αιώφραση σε regular) (αιώφραση σε super).

$$x_{11} \cdot 0,2 + 0,5x_{21} \geq 0,4(x_{11} + x_{21})$$

$$x_{12} \cdot 0,6 + 0,3x_{22} \geq 0,5(x_{12} + x_{22})$$

$$x_{ij} \geq 0, i=1,2, j=1,2$$

$$3) \quad x_i = \begin{cases} 1, & \text{αν αυθαιρετικά να ειδικώσει στην i εταιρεία} \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$\max \{ 250x_1 + 375x_2 + 275x_3 + 140x_4 \}$$

$$\left. \begin{aligned} 60x_1 + 35x_2 + 10x_3 + 15x_4 &\leq 90 \\ 10x_1 + 35x_2 + 50x_3 + 10x_4 &\leq 80 \\ 10x_1 + 35x_2 + 50x_3 + 10x_4 &\leq 80 \\ 10x_1 + 35x_2 + 10x_3 + 40x_4 &\leq 50 \end{aligned} \right\} \text{παραπομπή}$$

Επίσης  $x_2 + x_3 \leq 1$  γιατί δεν μπορεί να ειδικώσω ταυτόχρονα.

4) $x_1$	αριθμός	αυτοών	τύπου	A	αυ	θα	υποαπομετασκάσει
$x_2$	-  -	-  -	B	-  -	-  -		
$x_3$	-  -	-  -	Γ	-  -	-  -		
$y_1$	-  -	-  -	A	αυ	θα	αγορασει	
$y_2$	-  -	-  -	B	-  -	-  -		
$y_3$	-  -	-  -	Γ	-  -	-  -		

$$\max \{ (10-3)x_1 + (12-4)x_2 + (19-4)x_3 + (10-6)y_1 + (12-6)y_2 + (9-7)y_3 \} \times 100$$

$$0,5x_1 + 0,45x_2 + 0,6x_3 \leq 2400 \text{ (min)}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 5500 \text{ (ηλικία συγυόλληθων)}$$

$$x_1 + y_1 = 2000, \quad x_2 + y_2 = 4000, \quad x_3 + y_3 = 5000, \quad x_i, y_i \geq 0$$

5)  $x_i$  ο αριθμός των επιδιωκόμενων τεχνικών για το κτίριο  $i$   
 $y_i$  -||- επιδιωκόμενων -||- -||-

με  $i = 1, \dots, 5$

$$\min \{ 100(x_1 + \dots + x_5) + 200(y_1 + \dots + y_5) \}$$

$$160y_1 - 50x_1 \geq 6000, \quad 160y_3 - 50x_3 \geq 8000, \quad 160y_5 - 50x_5 \geq 11000$$

$$160y_2 - 50x_2 \geq 7000, \quad 160y_4 - 50x_4 \geq 9500$$

$$y_1 = 50$$

$$y_4 = y_3 + x_3 - 0,05y_3$$

$$y_2 = y_1 + x_1 - 0,05y_1$$

$$y_5 = y_4 + x_4 - 0,05y_4$$

$$y_3 = y_2 + x_2 - 0,05y_2$$

$$x_i \geq 0 \quad i=1, \dots, 5$$

$$y_i \geq 0 \quad , \quad i=2, \dots, 5$$

6)  $x_{ij}$  ο αριθμός αεροπλάνων που μεταφέρονται από την πόλη  $i$  στην πόλη  $j$ ,  $i=1,2,3$ ,  $j=1,2,3,4$ .

$$\min \{ 1900x_{11} + 700x_{12} + \dots + 2200x_{34} \}$$

Περιορισμοί =

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 100$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 300$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 200$$

} υπάρχουσα ποσότητα  
 $x_{ij} \geq 0 \quad i=1,2,3, j=1,2,3,4$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 150$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 100$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 150$$

} ζητούμενη ποσότητα

7)  $x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{αν το άτομο } i \text{ επιλέξει για την θέση } j \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$

$$\max \{ 5x_{11} + 4x_{12} + \dots + 2x_{33} \}$$

Περιορισμοί:  $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 1$  (το άτομο 1 θα πάρει μια θέση)

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1, \quad x_{31} + x_{32} + x_{33} = 1, \quad x_{11} + x_{21} + x_{31} = 1,$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 1, \quad x_{13} + x_{23} + x_{33} = 1.$$

8)  $x_{ij}$  ο αριθμός των εργαζομένων της κατηγορίας  $i$  που ανήκουν στην ηλικία  $j$ .

$$\min \{ 7,5x_{11} + 6,8x_{12} + \dots + 6,1x_{23} \}$$

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 x_{ij} \geq 2300$$

$$x_{11} + x_{21} \geq 1000, \quad x_{12} + x_{22} \geq 600, \quad x_{11} + x_{12} + x_{13} \geq 0,15 \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^3 x_{ij}$$

$$x_{13} \leq 0,2 (x_{13} + x_{23})$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

9)  $x_1$  ο αριθμός κλινών σε βαρδιακή υπηρεσία  
 $x_2$  - " - - " - χειρουργική - " -

Οι 365 ημέρες έχω 45,625 8-ημέρες.

Οι 365 ημέρες έχω 73 5-ημέρες.

2280 45,625  $x_1$  + 1515 73  $x_2$  εσοδα για τα υπερακία

$$3 \cdot (45,625) x_1 + 2,6(73) x_2 \leq 1500 \quad (\text{εργαστηρια})$$

$$4 (45,625) x_1 + 2(73) x_2 \leq 7000 \quad (\text{ακτινολογικός})$$

$$73 x_2 \leq 2800 \quad (\text{χειρουργία})$$

$$x_1, x_2 \geq 0, \quad x_1 + x_2 \leq 90.$$

10)  $x_{ij}$  τα σφάλματα που μεταφέρονται με το είδος  $i$  στο κομμάτι  $j$ ,  $i = \beta, \kappa, \phi$ ,  $j = 1, 2, 3$

$$\max \{ 600(x_{\beta 1} + x_{\beta 2} + x_{\beta 3}) + 450(x_{\kappa 1} + x_{\kappa 2} + x_{\kappa 3}) + 300(x_{\phi 1} + x_{\phi 2} + x_{\phi 3}) \}$$

$$300 \leq x_{\beta 1} + x_{\kappa 1} + x_{\phi 1} \leq 500$$

$$480 \leq x_{\beta 2} + x_{\kappa 2} + x_{\phi 2} \leq 800$$

$$420 \leq x_{\beta 3} + x_{\kappa 3} + x_{\phi 3} \leq 700$$

$$x_{\beta 1} + x_{\beta 2} + x_{\beta 3} \leq 900$$

$$x_{\kappa 1} + x_{\kappa 2} + x_{\kappa 3} \leq 700$$

$$x_{\phi 1} + x_{\phi 2} + x_{\phi 3} \leq 1000$$

$$\frac{x_{\beta 1} + x_{\kappa 1} + x_{\phi 1}}{500} \leq \frac{x_{\beta 2} + x_{\kappa 2} + x_{\phi 2}}{800} = \frac{x_{\beta 3} + x_{\kappa 3} + x_{\phi 3}}{700}, \quad x_{ij} \geq 0.$$

500

800

Scanned by CamScanner

1. Μια βιοτεχνία κατασκευάζει 4 τύπους διακοσμητικών από μέταλλο και γυαλί (προϊόντα π1, π2, π3 και π4). Τα τέσσερα αυτά προϊόντα διαφέρουν ως προς τις διαστάσεις, το σχήμα και τα υλικά που χρησιμοποιούνται. Η παραγωγή καθενός τεμαχίου από τα π1, π2, π3 και π4 απαιτεί συγκεκριμένες ώρες εργασίας και πρώτες ύλες, όπως φαίνονται στον παρακάτω πίνακα (στην τελευταία στήλη του πίνακα δίδεται η τιμή πώλησης κάθε μονάδας προϊόντος).

	Εργασία (ώρες)	Μέταλλο (γραμ.)	Γυαλί (γραμ.)	Τιμή πώλησης (€)
π1	2	112	168	28.5
π2	1	56	56	12.5
π3	3	28	28	29.25
π4	2	56	56	21.5

Για την παραγωγή της επόμενης βδομάδας η βιοτεχνία διαθέτει 4000 ώρες εργασίας, 168 κιλό μέταλλο και 280 κιλό γυαλί. Το κόστος της ώρας εργασίας είναι 8 € και το κόστος των πρώτων υλών είναι 0.02 € ανά γραμμάριο μετάλλου και 0.03 € ανά γραμμάριο γυαλιού. Από περιορισμούς της αγοράς, η παραγωγή των π1, π2, π3 και π4 δεν πρέπει να ξεπεράσει τις 1000, 2000, 500 και 1000 μονάδες αντίστοιχα. Η εταιρία επιθυμεί να προγραμματίσει την παραγωγή της επόμενης βδομάδας με στόχο να μεγιστοποιήσει το κέρδος της.

2. Στα διυλιστήρια της εταιρείας ΗΛ ΟΙΛ δύο τύποι αργού πετρελαίου αναμιγνύονται για να σχηματίσουν τις βενζίνες super και regular. Τα απαραίτητα συστατικά Α και Β για την παραγωγή της βενζίνης υπάρχουν και στους δύο τύπους πετρελαίου, όχι όμως με την ίδια περιεκτικότητα ούτε με το ίδιο κόστος.

Αργό πετρέλαιο	Κόστος / γαλόνι (€)	Συστατικό Α	Συστατικό Β
1	0.10	20%	60%
2	0.15	50%	30%

Σύμφωνα με τους κανόνες του υπουργείου Εμπορίου η βενζίνη regular πρέπει να περιέχει τουλάχιστον 40% από το συστατικό Α ενώ η βενζίνη super το πολύ 50% από το συστατικό Β. Αν οι ημερήσιες απαιτήσεις σε βενζίνη regular και super ανέρχονται σε 800000 και 500000 γαλόνια αντίστοιχα προδιορίστε το μίγμα των πρώτων υλών με το ελάχιστο κόστος (The Blending Problem).

3. Στα γραφεία της πολυεθνικής εταιρείας παραγωγή ηλεκτρονικών 3Η υπάρχουν τέσσερις προτάσεις για επενδύσεις στις ιαπωνικές, μικρότερης εμβέλειας εταιρείες Β, Τ, Ι, C. Στις προτάσεις αυτές αναφέρεται το ποσό που πρέπει να επενδυθεί στην κάθε εταιρεία στην αρχή έκαστου έτους (για τα επόμενα τέσσερα έτη), το αναμενόμενο κέρδος στο τέλος της τετραετίας από την κάθε μία (σε σημερινές τιμές), καθώς επίσης και το συνολικό ποσό που πρόκειται να επενδυθεί από την 3Η σε τέτταρα έτη.

ΕΤΑΙΡΕΙΑ	ΧΡΟΝΙΑ				ΑΝΑΜ ΚΕΡΑΟΣ
	1 <sup>ο</sup>	2 <sup>ο</sup>	3 <sup>ο</sup>	4 <sup>ο</sup>	
B (1)	60	10	10	10	250
T (2)	35	35	35	35	175
L (3)	10	50	50	10	275
C (4)	15	10	10	40	140
ΣΥΝΟΛΟ ΠΡΟΣ ΕΠΕΝΔΥΣΗ	90	80	80	50	

(Αδιάθετα κεφάλαια ενός έτους δεν μεταφέρονται στο επόμενο). Αν για λόγους ασφάλειας της επένδυσης δεν συνιστάται η ταυτόχρονη διάθεση χρημάτων στις εταιρείες Τ και Ι, υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση των εταιρειών οι οποίες θα πρέπει να χρηματοδοτηθούν από τη 3Η έτσι ώστε το συνολικό αναμενόμενο κέρδος της στο τέλος της τετραετίας να είναι το μεγαλύτερο δυνατόν (The Portfolio Selection Problem).

4. Μια εταιρεία κατασκευάζει μεταλλικούς σωλήνες τριών διαφορετικών διαμέτρων Α, Β, Γ τους οποίους και πουλά προς 1000, 1200 και 900 χ.μ. τον ένα αντίστοιχα. Η μηχανή που κατασκευάζει τους σωλήνες χρειάζεται 0.5 min για να παράγει ένα σωλήνα διαμέτρου Α, 0.45 min για ένα σωλήνα διαμέτρου Β και 0.6 min για ένα σωλήνα διαμέτρου Γ. Στη συνέχεια, και πριν το τελικό προϊόν παραδοθεί στην αγορά, χρησιμοποιείται ένα κλάδο από κάποιο υλικό Μ' όλα αυτά, το συνολικό κόστος της παραγωγής φτάνει στις 300, 400 και 400 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Α, Β και Γ αντίστοιχα. Η εταιρεία μας, για την εβδομάδα που έρχεται, έχει πάρει έναν εξαιρετικά μεγάλο αριθμό παραγγελιών για 2000 σωλήνες διαμέτρου Α, 4000 σωλήνες διαμέτρου Β και 5000 σωλήνες διαμέτρου Γ. Προφανώς όμως οι 40 ώρες που μπορεί να δουλέψει η μηχανή και τα 5500 κιλό υλικού συγκόλλησης που υπάρχουν στις αποθήκες δεν επαρκούν για την παραδοχή της παραγγελίας (απαντούνται 97 ώρες μηχανής και 11000 κιλό υλικού συγκόλλησης). Καθώς τέτοιου ύψους παραγγελίες είναι ασυνήθιστες, η εταιρεία σκέφτεται να προμηθευτεί σωλήνες από εξωτερικό προμηθευτή με κόστος 600 χ.μ. ανά σωλήνα

διαμέτρου Α, 600 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Β και 700 χ.μ. ανά σωλήνα διαμέτρου Γ. Με τα στοιχεία που συνοψίζει ο πίνακας που ακολουθεί, να υποδείξετε ένα π.γ.π. για την εύρεση του αριθμού των σωλήνων που πρέπει να παρασκευαστούν και αγορασθούν σε τρόπο ώστε τα κέρδη της εταιρείας να μεγιστοποιούνται (The Make-or-Buy Problem).

Τύπος	Τιμή Πώλησης	Παραγγελίες	Χρόνος Μηχανής	Υλικό Συγκόλλησης	Κόστος Παραγωγής	Κόστος Αγοράς
A	1000	2000	0.50	1	300	600
B	1200	4000	0.45	1	400	600
Γ	900	5000	0.60	1	400	700
Διαθέσιμη Ποσότητα			40 ώρες	5500 κιλό		

5. Η MULTICOMP, μια αλυσίδα καταστημάτων ηλεκτρονικών υπολογιστών, εκτιμά ότι για τους επόμενους 5 μήνες θα χρειαστεί κελεπαρισμένος τεχνικός για να δουλέψουν τον 1<sup>ο</sup> μήνα 6000 ώρες, τον 2<sup>ο</sup> μήνα 7000 ώρες, τον 3<sup>ο</sup> μήνα 8000 ώρες, τον 4<sup>ο</sup> μήνα 9500 ώρες, τον 5<sup>ο</sup> μήνα 11000 ώρες. Οι πενήντα (έμμεσοι) τεχνικοί της εταιρείας απασχολούνται το πολύ 160 ώρες το μήνα και έτσι εκ των πραγμάτων η εταιρεία αποφασίζει να εκπαιδεύσει καινούργιους. Η εκπαίδευση κάθε τεχνικού διαρκεί ένα μήνα, στη διάρκεια του οποίου αποστέλλεται για 50 ώρες από έναν έμμετρο τεχνικό. Η μηνιαία αμοιβή για τον κάθε τεχνικό ανέρχεται στις 200 χ.μ. (ακόμη και αν εργαστεί λιγότερο από 160 ώρες) ενώ του κάθε εκπαιδευόμενου στις 100 χ.μ. Αν στο τέλος κάθε μήνα ένα 5% των έμμετρων τεχνικών παραιτείται, υποδείξτε ένα π.γ.π. για την ελαχιστοποίηση του κόστους εργασίας της εταιρείας (The Work Scheduling Problem).

6. Μια πολυεθνική εταιρεία κατασκευής αθλητικών ειδών κατασκευάζει τα παγοπέδιλα του σκι τα εργοστάσια που έχει στο Μεξικό, τη Σουία και το Τελ. Αβιβ. μηνιαίων δυνατοτήτων 100, 300 και 200 κομματιών αντίστοιχα. Για το μήνα που έρχεται παραδόσεις πρέπει να γίνουν στη Φρανκφούρτη (150 κομμάτια), τη Νέα Υόρκη (100), την Ατλάντα (200) και το Τόκιο (150). Αν το κόστος μεταφοράς (χ.μ. ανά κομμάτι) ανέρχεται σε:

	Φρανκφούρτη (1)	Νέα Υόρκη (2)	Ατλάντα (3)	Τόκιο (4)
Μεξικό (1)	1900	700	300	2100
Σουία (2)	1500	2100	1800	600
Τελ. Αβιβ (3)	1100	1400	1500	2200

υποδείξτε ένα π.γ.π. για την εύρεση του τρόπου μεταφοράς των παγοπέδιλων από εργοστάσια στα υποκαταστήματα ο οποίος να ελαχιστοποιεί τα έξοδα.

7. Τρεις υποψήφιοι υπάλληλοι για τις θέσεις του προγραμματιστή λογιστή και γραμματέα μιας εταιρείας υποκαταστήκαν να δώσουν κάποιο test, τα αποτελέσματα του οποίου δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί:

ΥΠΟΨΗΦΙΟΣ	ΘΕΣΗ		
	Προγραμματιστή	Λογιστή	Γραμματέα
A	5	4	7
B	6	7	3
Γ	8	11	2

(όσο πιο μεγάλος βαθμός τόσο πιο κατάλληλος είναι κάποιος για τη θέση). Υποδείξτε ένα π.γ.π. το οποίο θα υποδεικνύει την καλύτερη κατανομή των υτόμων στις υπάρχουσες θέσεις εργασίας (assignment problem).

8. Η εταιρεία δημοσκοπήσεων 'SAMPLES' ανέλαβε μια δημοσκόπηση σχετικά με τη δημοτικότητα ενός υποψηφίου. Η έρευνα θα γίνει σε ένα δείγμα νοικοκυριών από όλη την Ελλάδα με τη μέθοδο της προσωπικής συνέντευξης του αρχηγού του νοικοκυριού. Οι στατιστικοί της εταιρείας χώρισαν αρχικά τη χώρα σε δύο γεωγραφικές περιοχές (αστική και αγροτική) και στη συνέχεια τους ερωτηθέντες ανάλογα με την ηλικία τους (5-30 ετών, 31-50 ετών και 51+ ετών). Εκπικλόν, εκτιμήσαν ότι για να είναι στατιστικά έγκυρα τα αποτελέσματα θα πρέπει οπωσδήποτε:

- τουλάχιστον 2300 νοικοκυριά να συμμετέληθούν στο δείγμα,
- τουλάχιστον 1000 από τα νοικοκυριά του δείγματος να έχουν αρχικό το πολύ τριάντα ετών,
- τουλάχιστον 600 από τα νοικοκυριά του δείγματος να έχουν αρχικό μεταξύ 31 και 50 ετών,
- τουλάχιστον 15% των νοικοκυριών του δείγματος να έχουν αρχικό της χώρας, και
- το πολύ 20% των νοικοκυριών του δείγματος με αρχικό ηλικίας μεγαλύτερη ή ίση των 51 ετών να προέρχονται από την αστική περιοχή.

Ο πίνακας που ακολουθεί περιέχει το εκτιμώμενο κόστος ανά συνέντευξη

Κόστος ανά συνέτιξη (Κατάλληλες χρηματικές μονάδες)

1	Κόστος ανά συνέτιξη (Κατάλληλες χρηματικές μονάδες)		
	ηλικία < 10	ηλικία 11-50	ηλικία ≥ 51
2	7,5	6,8	5,5
3	6,9	7,25	6,1

Υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  με στόχο την πραγματοποίηση της λειτουργίας, με το ελάχιστο δυνατό κόστος.

- Μια μεγάλη ιδιωτική κλινική σχετίζεται να επεκταθεί κατά 90 κλινές, και το κερδίζοντάς της είναι η κατανομή αυτών των κλινών στα παθολογικά και τα χειρουργικά περιστατικά. Για το σκοπό αυτό ο διοικητικός υπεύθυνος έκανε μια συνολική εκτίμηση της μέγιστης τιμής.
  - Ο μέσος χρόνος παραμονής ενός ασθενή με κάποιο παθολογικό περιστατικό είναι 8 ημέρες και αποφέρει έσοδα της τάξης των 2280 χρηματικών μονάδων (€ μ.). Ένα έτος ασθενής που χειρουργήθηκε παραμένει στην κλινική κατά μέσο όρο 5 ημέρες και αποφέρει έσοδα της τάξης των 1515 € μ.
  - Τα εργατήρια, το ακτινολογικό και τα χειρουργεία είναι σε θέση να ανταποκριθούν, μέχρι ενός σημείου, σε επίπεδο βάρους χωρίς ουσιαστική αύξηση των εξόδων τους. Για την ακρίβεια, σε ετήσια βάση τα εργατήρια μπορούν να πραγματοποιήσουν 1500 επιπλέον εξετάσεις, το ακτινολογικό 7000 επιπλέον εξετάσεις και στα χειρουργεία να γίνουν 2800 επιπλέον επεμβάσεις.
  - Ένα παθολογικό περιστατικό απαιτεί κατά μέσο όρο 1,1 εξετάσεις, και 1 ακτινογραφία.
  - Ένα χειρουργικό περιστατικό απαιτεί κατά μέσο όρο 2,6 εξετάσεις και 2 ακτινογραφίες.
- Υποθέτοντας ότι η κλινική είναι ανοικτή 365 ημέρες το χρόνο, υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  για την εύρεση της κατανομή των κλινών σε τρόπο ώστε να μεγιστοποιηθούν τα έσοδα της κλινικής.

10. Στην εκκλησιαστική περιοχή μιας των μητροπόλεων της Μακεδονίας συγκεντρώνονται και 2000 στρέμματα καλλιέργειας γης. Η γη αυτή, που είναι κατάλληλη για τη σοδειά βαμβάκιου, καλαμποκιού και φασολιών, χωρίζεται σε τρία κομμάτια των 500, 800 και 700 στρεμμάτων με σκοπό να παραχωρηθεί για τη χρονιά που έρχεται σε ισάριθμες, άλλης οικογένειες της περιοχής. Για να εξασφαλιστεί ότι η κάθε οικογένεια παίρνει το κομμάτι που αντιστοιχεί στις δυνατότητες της, απαιτείται από αυτή να καλλιεργήσει τουλάχιστον το 60% του κομματιού που θα της διατεθεί, κι ότι το καλλιέργησιμο ποσοστό στο κάθε χωριζομένο κομμάτι γης θα είναι το ίδιο. Ο διαχειριστής της συγκεκριμένης περιοχής, μη θέλοντας να έρθει σε σύγκρουση με τοπικά συμφέροντα της περιοχής, επιβάλλει η συνολική καλλιέργεια σε βαμβάκι να μην ξεπεράσει τα 900 στρέμματα, τον καλαμποκόκο να 700 στρέμματα και τον φασολιών να 1000 στρέμματα. 1 κούτσουρο, συμφορεί με τις τρεις οικογένειες σ' ένα συμβολικό ετήσιο ενοίκιο των 600 € μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιέργηθεί με βαμβάκι, 450 € μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιέργηθεί με καλαμπόκι, 300 € μ. από το κάθε στρέμμα που θα καλλιέργηθεί με φασόλια ενώ δεν εισπράττει ενοίκιο από τα χωράφια που μένουν ακαλλιεργήσιμα. Υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  για την εύρεση των στρεμμάτων που πρέπει να δοθεί για καλλιέργεια στην κάθε σπορά (βαμβάκι, καλαμπόκι, φασόλια), ώστε να μεγιστοποιηθεί το συνολικό ετήσιο ενοίκιο.

11. Ένα μεγάλο Super-Market εκτίμησε ότι οι ανάγκες του σε ανοικτά τμήματα το Σάββατο κυμαίνονται από 10 έως 18, ανάλογα με την ώρα. Δεπιτηρίες δίνονται στον πίνακα που ακολουθεί.

ΧΡΟΝΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ	ΠΑΙΗΣΟΕ ΤΑΜΕ ΙΩΝ
09.00-10.00	10
10.00-11.00	12
11.00-12.00	14
12.00-13.00	16
13.00-14.00	18
14.00-15.00	17
15.00-16.00	15
16.00-17.00	10

Το super-market έχει προσλάβει μόνο 12 μόνιμους υπαλλήλους για αυτή τη δουλειά, αλλά είναι σε θέση να βρει αμεσα όσους επιπλέον απαιτηθούν από έναν κατάλογο ερωτημάτων που διατίθεται. Ένας ερωτηματούχος υπάλληλος δουλεύει ακριβώς τις μισές ώρες (3) από έναν μόνιμο, κοστίζει μόνο 4 χρηματικές μονάδες την ώρα (δηλαδή 4x4=16 € μ. την ημέρα), αλλά είναι υποχρεωμένος να προσέλθει για εργασία οποιαδήποτε του ζητηθεί στο διάστημα 09.00-13.00. Από την άλλη μεριά, ένας μόνιμος υπάλληλος, δουλεύοντας συνεχώς από τις 09.00-17.00 (μια ώρα διαλείμμα) κοστίζει 50 € μ. την ημέρα. Για τους μισούς, από αυτούς, το διαλείμμα γίνεται στις 11.00 ενώ για τους υπόλοιπους μισούς στις 12.00. Το super-market ενδιαφέρεται φυσικά να ελαττωθεί η τα έξοδα μισθοδοσίας του προσωπικού που χρησιμοποιεί για τμήμα το Σάββατο, αλλά η εργατική νομοθεσία το υποχρεώνει να διαθέτει το πολύ το 50% του συνολικού διαθέσιμου χρόνου εργασίας στο αμειβόμενο προσωπικό. Υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  για την εύρεση του βέλτιστου σχεδίου συνδιαρξης, (ελάχιστο κόστος) μόνιμων & ορισμένων προσωπικού.

12. Ένα μεγάλο διαφημιστικό γραφείο έχει αναλάβει την προβολή τριών διαφορετικών προϊόντων, έσοτα Α, Β, Γ και Δ. Τα εργατικά εργαλεία μπορεί να εκτελεστούν οι απαιτήσεις από τα τρία προϊόντα με τα οποία συνεργάζονται. Στον πίνακα που ακολουθεί δίνονται όλα τα εργατικά υπολογιστικά στοιχεία.

Εργατήρια	Απαιτούμενες ημέρες (ήμερες)				Κόστος ανά ημέρα	Απόδοσης προϊόντος
	A	B	Γ	Δ		
1	32	131	72	118	89	100
2	39	147	61	126	81	100
3	46	155	57	121	84	100

Λαμβάνοντας υπόψη τα δεδομένα, υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  για την εύρεση του τρόπου εκτέλεσής τους, έτσι ώστε να ελαττωθεί το συνολικό κόστος.

13. Το γραφείο κτηρή, γκαρντώ ιδιωτικού αεροπλάνου, το οποίο διαθέτει τρία διαφορετικά κτηριακά συγκροτήματα των 1200 μισθίων χωριστά στο κεντρικό, δυτικό και νότιο τμήμα μιας πόλης, προσκομίζει τα εντοπισμένα ένα σχέδιο μεταφοράς των εργαζομένων μισθίων που με τη διάρκεια συγκοινωνίας για το σκοπό αυτό χωρίζεται την πόλη σε τέσσερις ζώνες, (1) βόρεια, νότια, ανατολική, δυτική και κεντρική και υπολογίζει τη μέση απόσταση των τριών κτηριακών συγκροτημάτων του από αυτές.

Ζώνες	Μέση Απόσταση (km)			Πλήθος Μισθίων
	Κεντρικό Τμήμα	Δυτικό Τμήμα	Νότιο Τμήμα	
Βόρεια	8	11	14	700
Νότια	12	9	10	300
Ανατολική	9	16	10	600
Δυτική	9	8	9	600
Κεντρική	8	12	12	500

Υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  για την εύρεση του αριθμού των μισθίων που πρέπει να μετακινούνται από κάθε τμήμα προς κάθε οριζικό συγκρότημα σε τρόπο ώστε η συνολική διαμετακινούμενη μέση ημερήσια απόσταση να είναι η ελάχιστη δυνατή.

14. Το μοναδικό προϊόν μιας εταιρείας, παραχθείται από τη συνεργασία τριών ξεχωριστών κι ανεξάρτητων διαφορετικών μεταξύ τους κομματιών Α, Β και Γ. Στη παραγωγή των κομματιών αυτών συμμετέχουν μεταξύ κι άλλων μηχανήματα βάρβα, δύο τόρνοι και τρεις κρέμας. Υποθέτουμε ότι η εταιρεία έχει επιβάλλει στη γραμμή παραγωγής τους εξής αυτών κανόνες: (α) Το αέθριο των κομματιών Α, Β και Γ που παραχθεί είναι τέτοιο ώστε να δημοπρατείται πλήρως τελευτ κρέμα (β) Ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών Α, Β και Γ από τον τόρνο κατατέμεται ισοδύναμα στους δύο υπόλοιπους τόρνους (γ) Ο απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας των κομματιών Α, Β και Γ από την κρέμα κατατέμεται ισοδύναμα στις τρεις υπόλοιπες κρέμας (δ) Το αέθριο των κομματιών Α, Β και Γ που παραχθεί είναι τέτοιο ώστε να υπάρχει μια κρέμα μετά το μέσο ημερήσιο χρόνο λειτουργίας τόρνου και κρέμας, κανένα μητρώο δεν δουλεύει περισσότερο από μία ώρα από το άλλο (ε) Ο χρόνος εργασίας του κάθε μηχανήματος ανάμεσα σε σκοπό της Λαμβάνοντας υπόψη τα στοιχεία του πίνακα που ακολουθεί (δίνονται οι απαιτούμενες ημέρες επεξεργασίας των κομματιών Α, Β και Γ, πίνακα από τμήμα από τον τόρνο και την κρέμα), υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  για την εύρεση της μέγιστης ημερήσιας παραγωγής.

Τόρνος	Χρόνος παραγωγής (ημέρες)		
	Κομμάτι Α	Κομμάτι Β	Κομμάτι Γ
1	10	8	6
2	9	21	15

15. Ο ελάχιστος αριθμός των σεφιντόρων που κάποιο εστιατόριο χρειάζεται να, κατά ημέρα, της εβδομάδας δίνονται στον πίνακα.

Ημέρα	Δευ	Τρίτη	Τετ	Παρ	Παρ	Σαβ	Κυρ
Σεφιντόροι	17	11	15	19	14	16	11

Αν κάθε σεφιντόρος πρέπει να δουλεύει κάθε συνεπόμενες ημέρες και μετά να έχει ακριβώς δύο ημέρες υποδείξτε ένα  $\pi \times \mu$  για την εύρεση του ελάχιστου συνολικού αριθμού σεφιντόρων που πρέπει να απασχολούνται στο εστιατόριο.